Hoofdstuk 4 - Rekenen met kansen

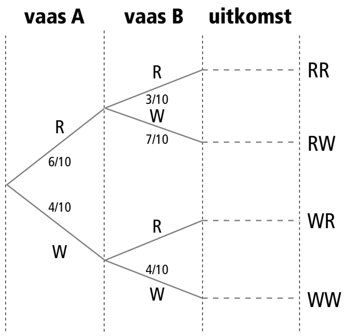
bladzijde 88

V-1a Naar D: $\frac{40}{100} \times \frac{35}{100} \times 1000 = 140$ auto's, dit is $\frac{140}{1000} \times 100\% =$ 14% van 1000.
Naar E via B: $\frac{60}{100} \times \frac{35}{100} \times 1000 = 210$, naar E via C: $\frac{20}{100} \times \frac{65}{100} \times 1000 = 130$, dus in totaal naar E 340 auto's, dus 34%;
Naar F: $\frac{80}{100} \times \frac{65}{100} \times 1000 = 520$ auto's, dit is 52%.

b $P(ACE) = 13\% = 0{,}13$

V-2a $P(RW) = \frac{6}{10} \cdot \frac{7}{10} = \frac{42}{100}$

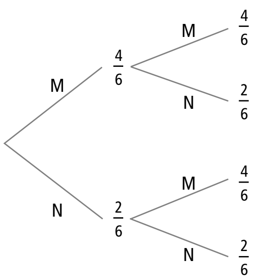
b



c $P(RR) + P(RW) + P(WR) + P(WW) = \frac{18}{100} + \frac{42}{100} + \frac{12}{100} + \frac{28}{100} = \frac{100}{100} = 1$; de som van de kansen van alle mogelijke uitkomsten is natuurlijk 1.

bladzijde 89

V-3a



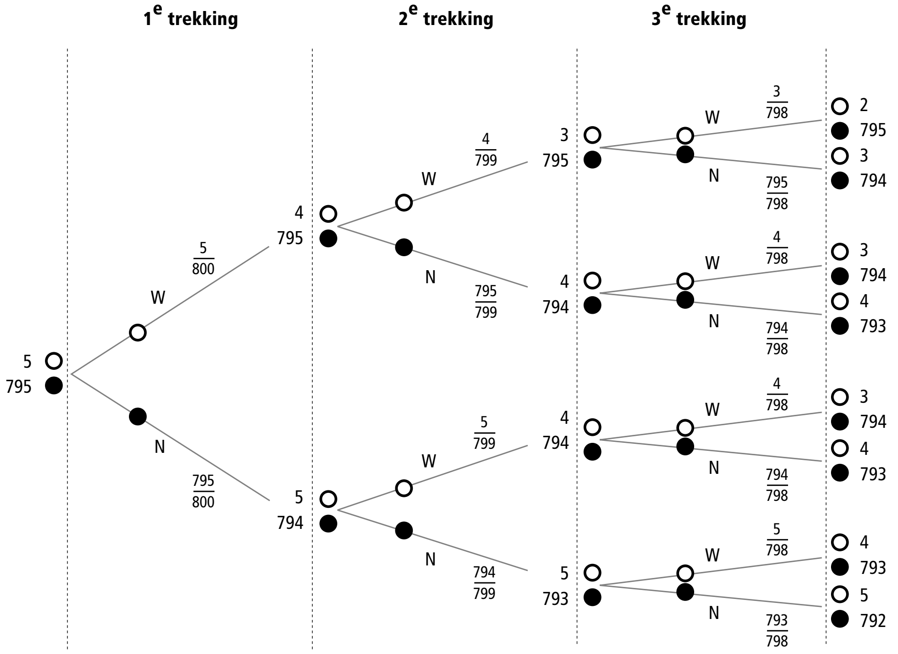
b $P(MM) = \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{4}{9}$; $P(NN) = \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{9}$

c $P(MN) = \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{2}{9}$

d Nee, samen krijg je $\frac{7}{9}$. Je zou 1 krijgen als je ook $P(NM)$ erbij zou tellen.

V-4a Deze kans is 5 op 800, dus $\frac{5}{800} = \frac{1}{160}$.

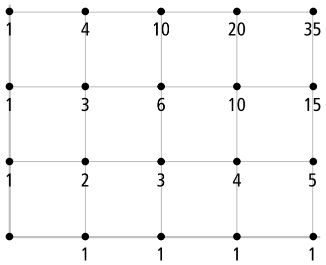
b



c $\mathrm{P}(WNW) = \frac{5}{800} \cdot \frac{795}{799} \cdot \frac{4}{798} \approx 3{,}12 \times 10^{-5}$

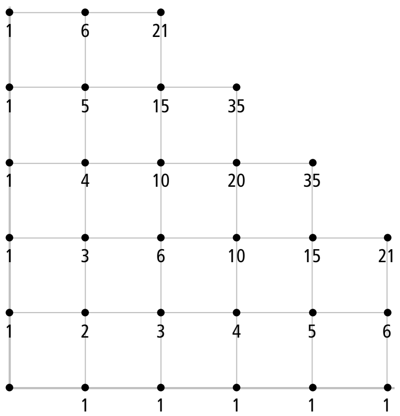
d $\mathrm{P}(NNN) = \frac{795}{800} \cdot \frac{794}{799} \cdot \frac{793}{798} \approx 0{,}9813$

V-5a



b Door in het roosterpunt linksonder te beginnen en de aantallen mogelijkheden bij de toegelaten roosterpunten steeds vast te stellen door de aantallen van de voorgaande roosterpunten bij elkaar op te tellen.

c

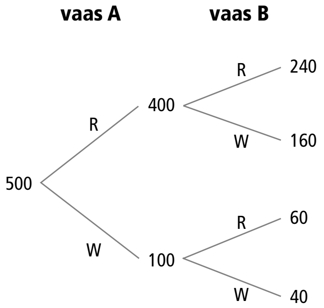


In roosterpunten $(5, 2)$ en $(2, 5)$ en $\binom{7}{2} = 21$

d Je hebt 21 routes. De kans wordt $21 \cdot \mathrm{P}(KKMMMMM) = 21 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7 = \frac{21}{128} \approx 0{,}1641$

bladzijde 90

1a



b $\text{P(één rode en één witte)} = \frac{160+60}{500} = \frac{11}{25} = 0,44$

c $P(RW) + P(WR) = \frac{20}{25} \cdot \frac{8}{20} + \frac{5}{25} \cdot \frac{12}{20} = \frac{8}{25} + \frac{3}{25} = \frac{11}{25} = 0,44$. Het klopt dus.

2a Aantal mogelijkheden is $\binom{4}{2} = 6$.

b Elk van de mogelijkheden heeft kans $\left(\frac{7}{10}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^2 \approx 0,0441$, dus de gevraagde kans is ongeveer $6 \times 0,0441 = 0,2646$.

bladzijde 91

3a $P(€20) = P(2 \times €10) = \binom{5}{2} \cdot P(10, 10, 0, 0, 0) = 10 \cdot \frac{30}{850} \cdot \frac{29}{849} \cdot \frac{820}{848} \cdot \frac{819}{847} \cdot \frac{818}{846} \approx 0,0109$

b $\text{P(€10)} = \text{P(één enveloppe met €10, verder lege enveloppen)} = ;$
$\binom{5}{1} \cdot \frac{30}{850} \cdot \frac{820}{849} \cdot \frac{819}{848} \cdot \frac{818}{847} \cdot \frac{817}{846} \approx 0,1535$
$\text{P(€0)} = \text{P}(5 \times \text{lege enveloppe}) = \frac{820}{850} \cdot \frac{819}{849} \cdot \frac{818}{848} \cdot \frac{817}{847} \cdot \frac{816}{846} \approx 0,8352$

c P(Hoogstens € 20) = P(€ 20) + P(€ 10) + P(€ 0) ≈ 0,0109 + 0,1535 + 0,8352 + 0,9996

d P(Meer dan € 20) = 1 – P(Hoogstens € 20) ≈ 0,9996 = 0,0004

4a $\text{P(meer dan 2 fouten)} = 1 - \text{P(hoogstens 2 fouten)} =$
$1 - (\text{P(0 fout)} + \text{P(1 fout)} + \text{P(2 fout)}) = 1 - (\left(\frac{1}{4}\right)^6 + \binom{6}{1} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^5 + \binom{6}{2} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4)$
$= \frac{1971}{2048} \approx 0,9624$

b $\text{P(hoogstens 5 fout)} = 1 - \text{P(6 fout)} = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^6 \approx 0,8220$

c $\text{P(3 of 4 fouten)} = P(3) + P(4) = \binom{6}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \binom{6}{4} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \approx 0,4285$

5a $\text{P(hoogstens 10)} = 1 - \text{P(11 of 12)} = 1 - (P(11) + P(12))$; 11 kan op 2 manieren: $(5,\ 6)$ en $(6,\ 5)$, 12 kan op één manier: $(6,\ 6)$; 11 en 12 samen kan op 3 manieren die elk een kans $\left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$; de gevraagde kans is dus $1 - \frac{3}{36} = \frac{11}{12}$.

b $\text{P(minder dan 5)} = P(\leq 4)$; manieren om 2 te krijgen: 1 + 1;
manieren om 3 te krijgen: 1 + 2 en 2 + 1; manieren om 4 te krijgen: 1 + 3, 2 + 2, 3 + 1;
samen dus 6 manieren om minder dan 5 te krijgen; de gevraagde kans is dus
$6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{6}$.

c Per dobbelsteen is de kans op een even aantal ogen gelijk aan $\frac{1}{2}$. Hetzelfde geldt voor de kans op oneven. Je krijgt alleen maar een even som als beide dobbelstenen een even aantal ogen geven of als ze beide een oneven resultaat geven. Dus $\text{P(even som)} = \text{P}(EE \text{ of } OO) = \text{P}(EE) + \text{P}(OO) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$, en het antwoord op de vraag is ja.

6 De winkelier kan alle klanten wel voorzien van een schaar als het aantal linkshandige klanten 0 of 1 is. De kans daarop is $\text{P}(0) + \text{P}(1) = (0,72)^5 + \binom{5}{1} \cdot (0,28)^1 \cdot (0,72)^4 \approx 0,5697$. De kans dat hij niet alle klanten kan bedienen is dus ongeveer $1 - 0,5697 = 0,4303$.

bladzijde 92

7a Je kiest immers 2 *verschillende* getallen.

b Deze kans is $\frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{36}$

c Je hebt dan precies één getal goed. Van de 2 door de notaris getrokken getallen is er dus 1 goed en 1 fout. De gevraagde kans is $\text{P}(GF) + \text{P}(FG) = \frac{2}{9} \cdot \frac{7}{8} + \frac{7}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{7}{18}$.

d De rode ballen zouden dus de winnende getallen moeten voorstellen. Er zijn maar twee winnende getallen, dus zou elk winnend getal gepresenteerd moeten worden door 2 rode ballen. Je zou in zo'n situatie dus twee keer hetzelfde winnende getal kunnen trekken. Het gebruik van een model met 4 rode ballen is dus hier niet juist.

8a $\text{P(een rode en een witte)} = \binom{2}{1} \cdot \left(\frac{3}{9}\right)^1 \cdot \left(\frac{6}{9}\right)^1 = \frac{4}{9}$

b $\text{P(een rode en een witte)} = \text{P}(RW) + \text{P}(WR) = \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{8} + \frac{6}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{2}$

of ook: $\text{P(een rode en een witte)} = \binom{2}{1} \times \text{P}(RW) = 2 \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{8} = \frac{1}{2}$

c Dat komt op hetzelfde neer als trekken zonder teruglegging, dus is de kans weer gelijk aan $\frac{1}{2}$

d $\text{P}(RWW) = \frac{3}{9} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{6}{8} = \frac{1}{5}$ en $\text{P}(WRW) = \frac{6}{9} \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{5}{8} = \frac{1}{12}$; de kans op rood bij trekken uit vaas B is veel kleiner

bladzijde 93

9a Deze kans is $\frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{45}$

b Deze kans is

$$\binom{20}{2} \cdot \text{P}(WW \text{ en daarna 18 keer } N) = \binom{20}{2} \cdot \frac{2}{1000} \cdot \frac{1}{999} \cdot 1^{18} = 190 \cdot \frac{2}{1000} \cdot \frac{1}{999} \approx 0,0004$$

10a Een vaas met 20 000 ballen waarvan 18 000 rood (kwaliteit A) en 2000 wit (niet kwaliteit A).
Je neemt dan een steekproef van 5 stuks zonder terugleggen.

b Omdat de verhouding tussen rood en wit onderweg niet veel verandert als je slechts 5 ballen trekt. Dit heeft ermee te maken dat het aantal rode ballen en het aantal witte ballen beide veel groter zijn dan de steekproefgrootte. Je mag hier dus benaderen met trekken met terugleggen.

c Dit komt overeen met 4 blikken van kwaliteit A. De kans is
$\binom{5}{4}\cdot(0,9)^4\cdot(0,1)^1 = 5\cdot 0,06561 \approx 0,3281$

d Minstens twee blikken niet van kwaliteit A komt overeen met hoogstens 3 blikken van kwaliteit A. Deze kans is gelijk aan $1-(\mathrm{P}(4\times A)+\mathrm{P}(5\times A))$; $\mathrm{P}(4\times A)\approx 0,3281$ (zie opdracht c) en $\mathrm{P}(5\times A)=(0,9)^5 \approx 0,5905$. De gevraagde kans is dus $1-(0,3281+0,5905)=0,0814$.

bladzijde 94

11a

aantal munt	0	1	2	3	4
kans	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$

$\mathrm{P}(0)=\mathrm{P}(KKKK)=\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$; $\mathrm{P}(1)=\binom{4}{1}\cdot\mathrm{P}(MKKK)=4\cdot(\frac{1}{2})^4=\frac{1}{4}$;

$\mathrm{P}(2)=\binom{4}{2}\cdot\mathrm{P}(MMKK)=6\cdot(\frac{1}{2})^4=\frac{3}{8}$;

$\mathrm{P}(3)=\binom{4}{3}\cdot\mathrm{P}(MMMK)=4\cdot(\frac{1}{2})^4=\frac{1}{4}$; $\mathrm{P}(4)=\mathrm{P}(MMMM)=\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$

b Meer dan 2 keer kop komt overeen met minder dan 2 keer munt. De kans daarop is dus $\mathrm{P}(0)+\mathrm{P}(1)=\frac{5}{16}$

c $\frac{1}{16}+\frac{1}{4}+\frac{3}{8}+\frac{1}{4}+\frac{1}{16}=\frac{1+4+6+4+1}{16}=1$

12a

leeftijd	*aantal*	*percentage*
0	570	19
1	810	27
2	630	21
3	450	15
4	360	12
5	180	6
totaal	3000	100

Bijvoorbeeld: het percentage behorend bij leeftijd 0 is gelijk aan $\frac{570}{300}\times 100\% = 19\%$.

b $\mathrm{P}(3)=15\%=\frac{15}{100}=\frac{3}{20}$

c $\mathrm{P}(\text{hoogstens 2 jaar})=\mathrm{P}(0)+\mathrm{P}(1)+\mathrm{P}(2)=\frac{19}{100}+\frac{27}{100}+\frac{21}{100}=\frac{67}{100}$

d $\mathrm{P}(\text{tussen 2 en 5 jaar})=1-(\mathrm{P}(0)+\mathrm{P}(1))=1-(\frac{19}{100}+\frac{27}{100})=\frac{54}{100}$

13a $\frac{11}{36}+\frac{9}{36}+\frac{7}{36}+\frac{5}{36}+\frac{3}{36}+\frac{1}{36}=\frac{36}{36}=1$

b $\mathrm{P}(3)=\frac{7}{36}\approx 0,19444\approx 0,194$

14

aantal harten	0	1	2	3
kans	0,4135	0,4359	0,1376	0,0130

$\mathrm{P}(0\text{ harten})=\mathrm{P}(NNN)=\frac{39}{52}\cdot\frac{38}{51}\cdot\frac{37}{50}\approx 0,4135$;

$\mathrm{P}(1\text{ harten})=\binom{3}{1}\cdot\mathrm{P}(HNN)=3\cdot\frac{13}{52}\cdot\frac{39}{51}\cdot\frac{38}{50}\approx 0,4359$;

$\mathrm{P}(2\text{ harten})=\binom{3}{2}\cdot\mathrm{P}(HHN)=3\cdot\frac{13}{52}\cdot\frac{12}{51}\cdot\frac{39}{50}\approx 0,1376$;

$\mathrm{P}(3)$ vind je door de som van de 4 kansen gelijk aan 1 te maken.

bladzijde 95

15a $\binom{4}{2}\cdot(0{,}122)^2\cdot(0{,}878)^2=6\cdot(0{,}122)^2\cdot(0{,}878)^2\approx 0{,}0688$

b $\mathrm{P}(0)=\mathrm{P}(NNNN)=(0{,}878)^4\approx 0{,}5943$;

$\mathrm{P}(1)=\binom{4}{1}\cdot \mathrm{P}(BNNN)=4\cdot(0{,}122)^1\cdot(0{,}878)^3\approx 0{,}3303$; zie voor $\mathrm{P}(2)$ opdracht a:

$\mathrm{P}(3)=\binom{4}{3}\cdot \mathrm{P}(BBBN)=4\cdot(0{,}122)^3\cdot(0{,}878)^1\approx 0{,}0064$; nu blijft er voor $\mathrm{P}(4)$ nog

0,0002 over. De kansverdeling is:

bromfietsongelukken	0	1	2	3	4
kans	0,5943	0,3303	0,0688	0,0064	0,0002

16a Deze kans is $1-\frac{53499}{58925}\approx 0{,}0921$

b Deze kans is $\frac{579}{4732+579+91+24}\approx 0{,}1067$

c

Aantal inbraken na 1^e^ inbraak	*kans*
0	$\frac{4732}{5426}\approx 0{,}8721$
1	$\frac{579}{5426}\approx 0{,}1067$
2	$\frac{91}{5426}\approx 0{,}0168$
≥ 3	$\frac{24}{5426}\approx 0{,}0044$

d De kans op nog één inbraak is per woning 0,0167… (zie boven). De kans dat in beide woningen nog precies één inbraak zal worden gepleegd is $(0{,}01670...)^2\approx 0{,}0114$.

17 De kleuren van de lootjes spelen hier geen rol. Het gaat erom of op een lootje het nummer 1 staat of iets anders. Het geschikte vaasmodel heeft dus 10 ballen, waarvan 2 rood (de enen). Het aantal getrokken enen kan 0,1 of 2 zijn.

$\mathrm{P}(0\text{ enen})=\mathrm{P}(WWWW)=\frac{8}{10}\cdot\frac{7}{9}\cdot\frac{6}{8}\cdot\frac{5}{7}=\frac{1}{3}$;

$\mathrm{P}(1\text{ een})=\binom{4}{1}\cdot\mathrm{P}(RWWW)=4\cdot\frac{2}{10}\cdot\frac{8}{9}\cdot\frac{7}{8}\cdot\frac{6}{7}=\frac{8}{15}$;

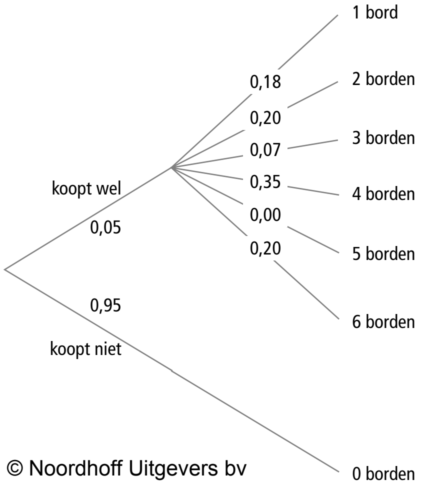
$\mathrm{P}(2\text{ enen})=\binom{4}{2}\cdot\mathrm{P}(RRWW)=4\cdot\frac{2}{10}\cdot\frac{1}{9}\cdot\frac{8}{8}\cdot\frac{7}{7}=\frac{2}{15}$.

18a

aantal borden	1	2	3	4	5	6
kans	0,18	0,20	0,07	0,35	0,00	0,20

De kans dat de klant één bord koopt vind je door aanvulling van de kansen tot 1.

b



De kansen van de verdeling vind je uit de kansboom. Bijvoorbeeld: de kans dat een willekeurige klant precies één bord koopt is $0,05 \cdot 0,18 = 0,0090$, enz.

aantal borden	0	1	2	3	4	5	6
kans	0,9500	0,0090	0,0100	0,0035	0,0175	0,0000	0,0100

bladzijde 96

19a $\text{P(kkk)} = 1 - (0,02 + 0,06 + 0,80) = 0,12$

b

combinatie	*verwachte aantal*	*verwachte uitkering*
bbb	$100 \times 0,02 = 2$	2x € 10 = € 20
aaa	$100 \times 0,06 = 6$	€ 30
kkk	12	€ 12
-	80	€ 0
totaal	100	€ 62

Je verwacht dus $\frac{62}{100} = 0,62$ dus 62 eurocent per keer.

c De tabel komt er nu als volgt uit te zien:

combinatie	*verwachte aantal*	*verwachte uitkering*
bbb	10	€ 100
aaa	30	€ 150
kkk	60	€ 60
-	400	€ 0
totaal	500	€ 310

Ook hier verwacht je uiteraard € 0,62 per keer.

d € 0,62 per keer, dus $10000 \times$ € 0,62 = € 6200

e $10 \times 0,02 + 5 \times 0,06 + 1 \times 0,12 + 0 \times 0,80 = 0,62$

bladzijde 97

20a $\text{P}(0) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{1}{6}$; $\text{P}(1) = \binom{3}{1} \cdot \text{P}(BNN) = 3 \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8} = \frac{1}{2}$;

$\text{P}(2) = \binom{3}{2} \cdot \text{P}(BBN) = 3 \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{8} = \frac{3}{10}$; $\text{P}(3) = \text{P}(BBB) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{1}{30}$

b In totaal mag je $50 \times 1,2 = 60$ blauwe knikkers verwachten.

21a

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Elke combinatie heeft kans $\left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$

som aantallen ogen	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
kans	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

b De verwachtingswaarde van de som is dan

$2 \cdot \frac{1}{36} + 3 \cdot \frac{2}{36} + 4 \cdot \frac{3}{36} + 5 \cdot \frac{4}{36} + 6 \cdot \frac{5}{36} + 7 \cdot \frac{6}{36} + 8 \cdot \frac{5}{36} + 9 \cdot \frac{4}{36} + 10 \cdot \frac{3}{36} + 11 \cdot \frac{2}{36} + 12 \cdot \frac{1}{36} = \frac{252}{36} = 7$

22a

winst in €	48	8	0	–2
kans	0,01	0,06	0,30	0,63

De winst is hier gecorrigeerd voor de inleg. De kansen bereken je naar aanleiding van de mate waarin een winst voorkomt.

b De verwachting van de winst is $48 \cdot 0,01 + 8 \cdot 0,06 + 0 \cdot 0,30 + (-2) \cdot 0,63 = -0,30$ (euro). De negatieve verwachting betekent dus dat er van eerlijk spel geen sprake is.

23a Cyclesafe zal voor een fiets met leeftijd 0 – 1 jaar naar verwachting aan euro's moeten uitkeren: $600 \times 0,05 + 0 \times 0,95 = 30$; voor 300 van die fietsen betekent dat dus naar verwachting € 9000; op vergelijkbare manier kun je de verwachte bedragen voor de andere leeftijdsklassen uitrekenen.

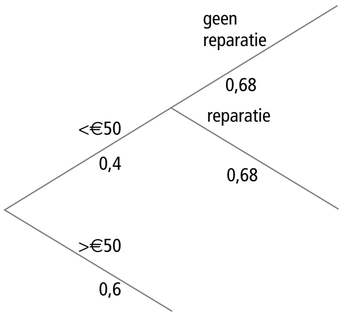
leeftijd	*aantal fietsen*	*uitkering per fiets*	*kans op stelen*	*verwachting uit te keren bedrag*
0 – 1	300	600	0,05	€ 9000
1 – 2	200	600	0,03	€ 3600
2 – 3	200	500	0,04	€ 4000
3 – 4	200	400	0,06	€ 4800
4 – 5	100	300	0,05	€ 1500

Cyclesafe moet naar verwachting in totaal € 22.900,- uitkeren.

b Er zijn 1000 verzekeringnemers, dus Cyclesafe zal $\frac{22900}{1000} = 22,90$ euro aan premie moeten rekenen om quitte te spelen.

bladzijde 98

24a wel of niet boven de €50



De kansverdeling per klant wordt:

soort	geen reparatie	reparatie < € 50	reparatie > € 50
gemiddelde kosten	0	37,50	82,50
kans	$0,4 \times 0,32 = 0,128$	0,60	$0,4 \times 0,68 = 0,272$

Per uitgevoerde reparatie wordt de verdeling:

soort	reparatie < € 50	reparatie > € 50
gemiddelde kosten	37,50	82,50
kans	$\frac{0,6}{0,6+0,272} \approx 0,6881$	$\frac{0,272}{0,6+0,272} \approx 0,3119$

b Verwachting per reparatie is dan $37,50 \cdot 0,6881 + 82,50 \cdot 0,3119 = 68,46$ dus € 68,46.

c 12,8% van de klanten last de reparatie af, en 12,8% van 7800 is 998.

25a

aantal keren rijexamen	1	2	3	4	5
kans	0,3426	0,3089	0,1723	0,1267	0,0495

Bijvoorbeeld $P(1)=\frac{173}{505}\approx 0,3426$, waarbij 505 het totaal aantal klanten is.

b Verwachte aantal keren dat een willekeurige klant rijexamen doet:
$1\cdot 0,3426+2\cdot 0,3089+3\cdot 0,1723+4\cdot 0,1267+5\cdot 0,0495\approx 2,23$.

c

aantal keren rijexamen	1	2	3	4	5
kosten in euro's	1000	1320	1600	1840	2080
kans	0,3426	0,3089	0,1723	0,1267	0,0495

Verwachte kosten voor een willekeurige klant:
$1000\cdot 0,3426+1320\cdot 0,3089+1600\cdot 0,1723+1840\cdot 0,1267+2080\cdot 0,0495\approx 1362,12$;

d Het aantal klanten dat de eerste keer voor het rijexamen zakte is $505-173=332$
$\frac{156}{332}\approx 46,99\%$ daarvan slaagde bij de tweede keer en $\frac{87}{332}\approx 26,20\%$ bij de derde poging.

e

aantal keren rijexamen voor klanten die eenmaal zijn gezakt	2	3	4	5
kosten in euro's	1320	1600	1840	2080
kans	0,4699	0,2620	0,1928	0,0753

f De verwachte kosten voor een willekeurige kandidaat na 1 keer gezakt te zijn:
$1320\cdot 0,4699+1600\cdot 0,2620+1840\cdot 0,1928+2080\cdot 0,0753\approx 1550,84$ dus € 1550,84.

bladzijde 99

26a Een vaasmodel met 80 ballen waarvan 20 rood en 60 wit.

b $\binom{5}{3}\cdot P(RRRWW)=10\cdot\frac{20}{80}\cdot\frac{19}{79}\cdot\frac{18}{78}\cdot\frac{60}{77}\cdot\frac{59}{76}\approx 0,0839$; meneer van der Heide heeft € 10 betaald en krijgt in dat geval volgens de tabel 3 maal zijn inzet terug. Zijn winst is dus € 20.

c $\dfrac{P(2)}{P(0)}=\dfrac{\binom{10}{2}\cdot\frac{20}{80}\cdot\frac{19}{79}\cdot\frac{60}{78}\cdot\frac{59}{77}\cdot\ldots\ldots\cdot\frac{53}{71}}{\frac{60}{80}\cdot\frac{59}{79}\cdot\ldots\ldots\cdot\frac{53}{73}\cdot\frac{52}{72}\cdot\frac{51}{71}}=\dfrac{45\cdot 20\cdot 19}{52\cdot 51}\approx 6,45$, dus is $P(2)$ ongeveer 6,45 keer zo groot als $P(0)$.

d Er is geen uitbetaling bij 0 en bij 1 winnende getallen.
$P(0)=P(WWWW)=\frac{60}{80}\cdot\frac{59}{80}\cdot\frac{58}{80}\cdot\frac{57}{80}\approx 0,3083$ en
$P(1)=\binom{4}{1}\cdot P(RWWW)=4\cdot\frac{20}{80}\cdot\frac{60}{79}\cdot\frac{59}{78}\cdot\frac{58}{77}\approx 0,4327$; de kans op een uitkering is dus
$1-(0,3083+0,4327)=0,2589$; dit verschilt niet veel met 0,25.

bladzijde 100

I-1a AAA, BBB, CCC, DDD dus 4 routes

b Lees af $\left(\frac{1}{4}\right)^3\approx 0,0156$

c Deze kans is $P(BBB)+P(CCC)+P(DDD)=\left(\frac{1}{2}\right)^3+\left(\frac{1}{8}\right)^3+\left(\frac{1}{8}\right)^3\approx 0,1289$

d De kans dat Bas wint is dus $0,0156+0,1289=0,1445$

I-2a $\binom{4}{2} = 6$ routes

b Lees af $\text{P}(RRMM) = 0{,}0441$

c Dezelfde factoren worden met elkaar vermenigvuldigd, weliswaar in andere volgorde

d Deze kans is dan $6 \cdot 0{,}0441 = 0{,}2646$

I-3a Je leest af 0,0008 voor een bijbehorende combinatie, waarvan er 10 zijn; $10 \cdot 0{,}0008 \approx 0{,}0080$

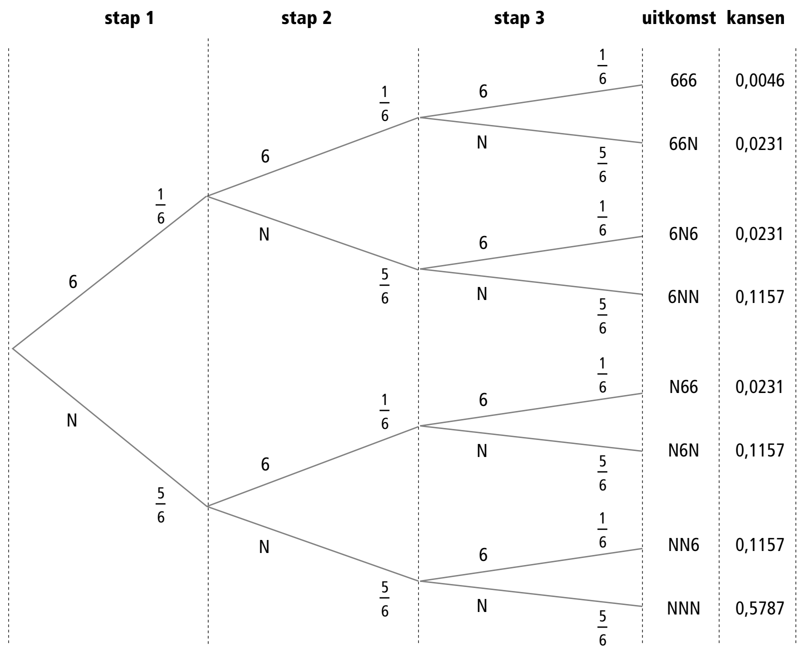
b Je leest af 0,0266 voor een bijbehorende combinatie, waarvan er 5 zijn; $5 \cdot 0{,}0266 \approx 0{,}1330$

c Deze kans is $\binom{5}{4} \cdot (0{,}03)^4 \cdot (0{,}97) = 5 \cdot (0{,}03)^4 \cdot (0{,}97) \approx 0{,}000004$

d Kans op 3 goede buizen is $\binom{7}{3} \cdot (0{,}97)^3 \cdot (0{,}03)^4 = 35 \cdot (0{,}97)^3 \cdot (0{,}03)^4 \approx 0{,}000026$ en de kans op 4 goede buizen $\binom{7}{4} \cdot (0{,}97)^4 \cdot (0{,}03)^3 = 35 \cdot (0{,}97)^4 \cdot (0{,}03)^3 \approx 0{,}000837$

bladzijde 101

I-4a



b Lees af $\text{P}(6N6) = 0{,}0231$

c De gevraagde kans is $3 \cdot 0{,}0231 = 0{,}0693$

d Lees af $\text{P}(666) = 0{,}0046$

e Tel de 7 bijbehorende kansen op, dan krijg je 0,9954

f Hoogstens 2 keer een 6 is het complement van 3 keer een 6. De kans is dus ook te berekenen met $1 - 0{,}0046 = 0{,}9954$

I-5a Je leest af of berekent als volgt: $10 \times 0,0264 + 5 \times 0,0791 + 0,2373 = 0,8968$

b Minstens één goed is het complement van alles fout; de kans is dus $1 - 0,2373 = 0,7627$

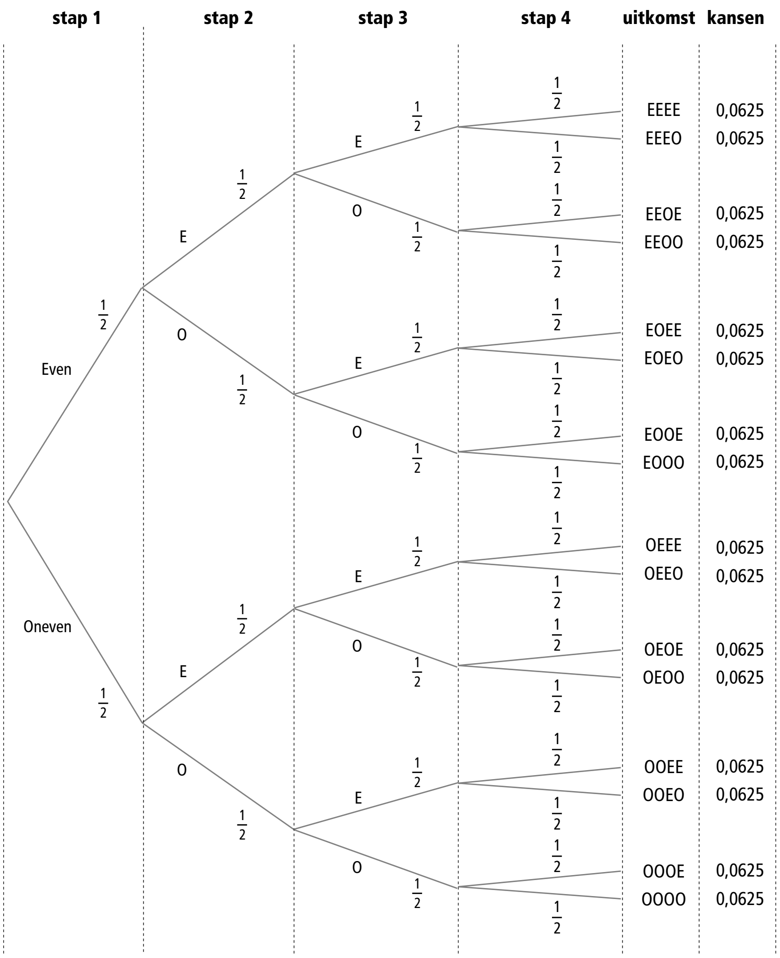
c Hoogstens 4 goed is het complement van alles goed; de kans is dus $1 - 0,001 = 0,999$

d Dit lukt niet met VU-Stat. Minstens één goed is het complement van alles fout, dus is de kans gelijk aan $1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{15} \approx 0,9866$

I-6a Het gaat hier om het complement van minstens 23 ogen. Bij dit complement horen (6,6,6,5), (6,6,5,6), (6,5,6,6), (5,6,6,6) en (6,6,6,6). De gevraagde kans is $1 - 5 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \approx 0,9961$

b Bij minder dan zes horen de uitkomsten (1,1,1,1), (1,1,1,2), (1,1,2,1), (1,2,1,1) en (2,1,1,1).
De kans is $5 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \approx 0,0039$

c Let nu op even en oneven uitkomsten per dobbelsteen. In VU-Stat krijg je het volgende diagram.



Een even som krijg je precies dan als er 0, 2 of 4 dobbelstenen zijn met een even aantal ogen. Hierbij horen achtereenvolgens 1, 6 en 1 mogelijkheden met elk een kans van 0,0625. De kans op een even som is dus $8 \times 0,0625 = 0,5$ en het antwoord op de vraag is dus ja.

I-7a Stel het regelmatige boomdiagram in VU-Stat op de juiste manier in. Je leest dan af $\text{P}(GGG) = 0,6141$.

b Verhoog het aantal stappen naar 4. Je leest nu af dat de kans op minstens 3 goede batterijen $0,522 + 4 \times 0,0921 = 0,8904$. Verhoog het aantal stappen naar 5. De kans op minstens 3 goede batterijen wordt nu $0,4437 + 5 \times 0,0783 + 10 \times 0,0138 = 0,9732$. Kennelijk moeten we het aantal stappen nog verhogen tot 6. De kans op minstens 3 goede is dan $0,3771 + 6 \times 0,0666 + 15 \times 0,0117 + 20 \times 0,0021 = 0,9942$. Hij moet dus 6 batterijen (of meer) pakken om een kans op minstens 3 goede batterijen te hebben die boven 98% ligt.

bladzijde 102

I-8a Je kiest immers 2 *verschillende* getallen.

b Je leest af $\frac{1}{36}$.

c Dit komt overeen met precies één goed. Lees af en bereken als volgt: $\frac{7}{36} + \frac{7}{36} = \frac{7}{18}$

d De rode ballen zouden dus de winnende getallen moeten voorstellen. Er zijn maar twee winnende getallen, dus zou elk winnend getal gepresenteerd moeten worden door 2 rode ballen. Je zou in zo'n situatie dus twee keer hetzelfde winnende getal kunnen trekken. Het gebruik van een model met 4 rode ballen is dus hier niet juist.

I-9a Met gebruikmaking van het regelmatige boomdiagram lees je af en bereken je $0,16 + 0,16 = 0,32$

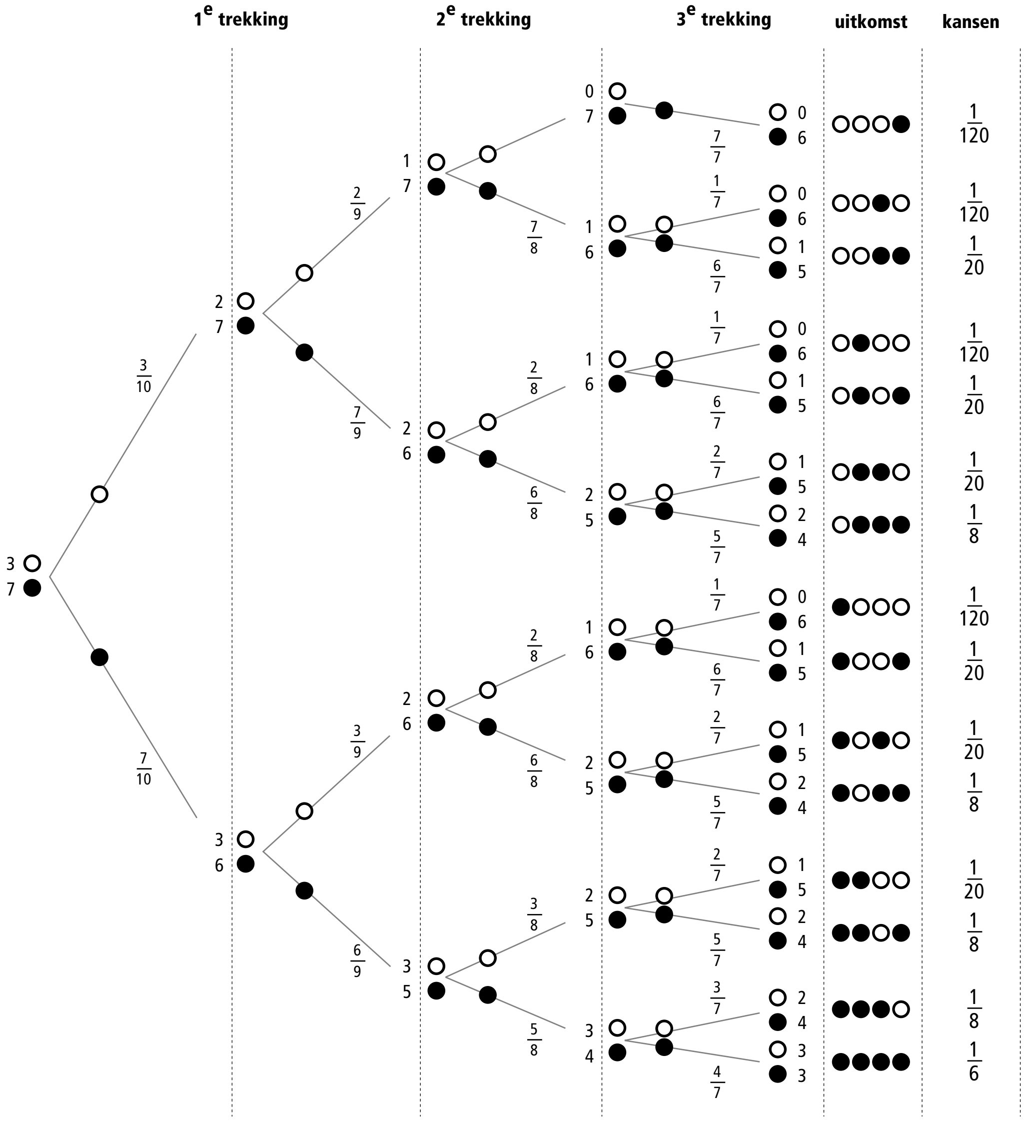
b Via het vaasmodel in VU-Stat lees je af en bereken je $\frac{8}{45} + \frac{8}{45} = \frac{16}{45} \approx 0,3556$

c Dat komt op hetzelfde neer als trekken zonder terugleggen.

d Het antwoord van a enerzijds en die van b en c anderzijds liggen redelijk dicht bij elkaar, maar zijn niet gelijk. Het is dus zinnig om bij steekproeftrekken onderscheid te maken tussen met en zonder teruglegging.

bladzijde 103

I-10a De kansboom ziet er als volgt uit:



De kans op 3 keer rood is $4 \times \frac{1}{120} = \frac{1}{30} \approx 0,0333$

b De gevraagde kans is $6 \times \frac{1}{20} = \frac{3}{10} = 0,3$

c Verander de aantallen rode en groene ballen in het vaasmodel en lees af:
$4 \times \frac{2}{21} = \frac{8}{21} \approx 0,3810$

d Je gebruikt het regelmatige kansboom van VU-Stat met de juiste instellingen.
Je vind dan respectievelijk als antwoorden $4 \times 0,0189 = 0,0756$ (vergelijk a), $6 \times 0,0441 = 0,2646$ (vergelijk b) en (nadat je een nieuw boomdiagram hebt opgezet met de kans op rood $\frac{6}{10}$ in plaats van $\frac{3}{10}$) $4 \times 0,0864 = 0,3456$ (vergelijk c).

I-11a Een vaas met 5000 ballen waarvan 4500 rood (kwaliteit A) en 500 wit (niet kwaliteit A).

b Stel het vaasmodel Trekken zonder teruglegging op de juiste manier in. Je leest dan af dat de kans op 5 maal rood (kwaliteit A) 59,0% is. De kans is dus 0,590.

c Het regelmatige boomdiagram met de juiste instelling geeft als kans $0,5905$.

d Omdat de verhouding tussen rood (kwaliteit A) en wit (niet kwaliteit A) onderweg niet veel verandert als je slechts 5 ballen (blikken) trekt. Dit heeft ermee te maken dat het aantal rode ballen en het aantal witte ballen beide veel groter zijn dan de steekproefgrootte. Je mag hier dus benaderen met trekken met terugleggen.

e Benaderen via Steekproeftrekken met terugleggen geeft via VU-Stat en het boomdiagram als uitkomst $5 \times 0,0656 = 0,3280$.

bladzijde 106

T-1a Neem bijvoorbeeld M voor meedoen en N voor niet meedoen. Dan is de gevraagde kans $\mathrm{P}(MMMM) = \left(\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{1}{256} \approx 0,0039$

b Er zijn $\binom{4}{1}$ routes. De gevraagde kans is $\binom{4}{1} \cdot \mathrm{P}(MNNN) = 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^1 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64} \approx 0,4219$

c Deze kans is $\binom{4}{3} \cdot \mathrm{P}(MMMN) = 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^1 = \frac{3}{64} \approx 0,0469$

d Minstens 2 meewerkenden is het complement van 0 of 1 medewerkenden. De kans 0 medewerkenden is $\mathrm{P}(NNNN) = \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{81}{256} \approx 0,3164$, de kans op 1 medewerkende is bij b berekend. De gevraagde kans wordt dus $1 - (\frac{81}{256} + \frac{27}{64}) = \frac{67}{256} \approx 0,2617$.

T-2a Neem bijvoorbeeld B voor blauw, en W voor wit. $\mathrm{P}(BBB) = \frac{20}{30} \cdot \frac{20}{30} \cdot \frac{19}{29} = \frac{76}{261} \approx 0,2912$

b Het gaat hier om het complement van de gebeurtenis bij a. De kans is dus $1 - \frac{76}{261} = \frac{185}{261} \approx 0,7088$

c $\mathrm{P}(WBB) + \mathrm{P}(BWB) + \mathrm{P}(BBW) =$
$\frac{10}{30} \cdot \frac{20}{30} \cdot \frac{19}{29} + \frac{20}{30} \cdot \frac{10}{30} \cdot \frac{20}{29} + \frac{20}{30} \cdot \frac{20}{30} \cdot \frac{10}{29} = \frac{38}{261} + \frac{40}{261} + \frac{40}{261} = \frac{118}{261} \approx 0,4521$.
De 3 kansen zijn dus niet allemaal gelijk!

T-3a De kans op elke mogelijk combinatie is $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$. Een tabel van mogelijke uitkomsten voor de som. De verticale ingang geeft de uitkomsten van de eerste tol, de horizontale die van de tweede tol.

	1	2	3
1	2	3	4
2	3	4	5
3	4	5	6
4	5	6	7

Je kunt 3 als som maar op 2 manieren krijgen. De kans is dus $2 \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$

b Ook 6 als som kun je maar op 2 manieren krijgen, dus de kans daarop is $2 \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$

c Via de tabel bij a en het feit dat de kansen op bijbehorende combinaties allemaal $\frac{1}{12}$ zijn kom je aan de kansverdeling van de som.

som van de uitkomsten	2	3	4	5	6	7
kans	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$

T-4a De tabel voor het verschil is

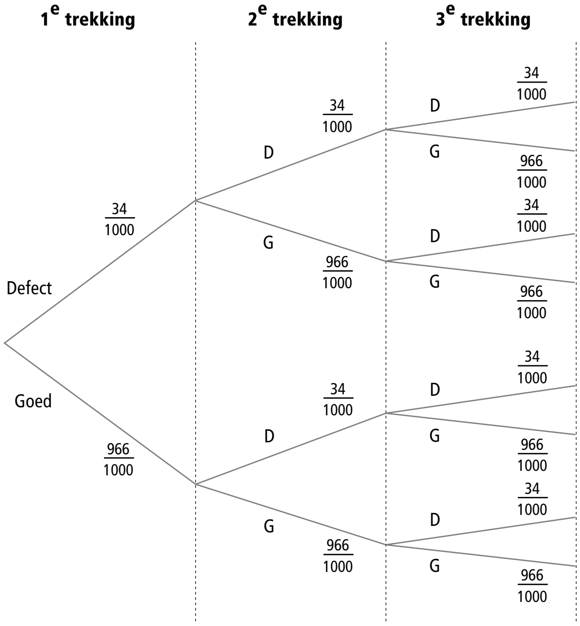
	1	2	3
1	0	1	2
2	1	0	1
3	2	1	0
4	3	2	1

Een verschil van 0 komt 3 keer voor, een verschil van 1 komt 5 keer voor, enz.
Op deze manier kom je aan de kansverdeling:

verschil van de uitkomsten	0	1	2	3
kans	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$

b De verwachting van het verschil is $0 \cdot \frac{1}{4} + 1 \cdot \frac{5}{12} + 2 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{12} = 1\frac{2}{12} \approx 1{,}1667$
c De verwachting van de som is $2 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{4} + 5 \cdot \frac{1}{4} + 6 \cdot \frac{1}{6} + 7 \cdot \frac{1}{12} = 4\frac{1}{2}$

T-5a De kans op defect is $\text{P}(A, \text{defect}) + \text{P}(B, \text{defect}) = 0{,}6 \cdot 0{,}01 + 0{,}4 \cdot 0{,}07 = 0{,}034$
b Dat is het compliment van de gebeurtenis bij a. De kans op een goede gloeilamp is $1 - 0{,}034 = 0{,}966$.
c Deze kansboom ziet er als volgt uit. Je gaat er dus van uit dat 3,4% van de die dag geproduceerde lampen defect is.



d $\text{P}(DDD) = (0{,}034)^3 \approx 0{,}000039$
e Geen defecte lamp betekent alle drie goed. $\text{P}(GGG) = (0{,}966)^3 \approx 0{,}9014$

bladzijde 107

T-6a Lees op de juiste plaatsen in de tabel af: $97464 - 97385 = 79$
b De kans dat hij binnen een jaar sterft is $\frac{79}{97464} \approx 0{,}00081$
c Deze gebeurtenis is het complement van die uit b.
De kans is dus ongeveer $1 - 0{,}00081 = 0{,}99919$

d 86 van de 97464 30-jarige mannen sterven op 32-jarige leeftijd. De kans is dus $\frac{86}{97464} \approx 0,00088$.

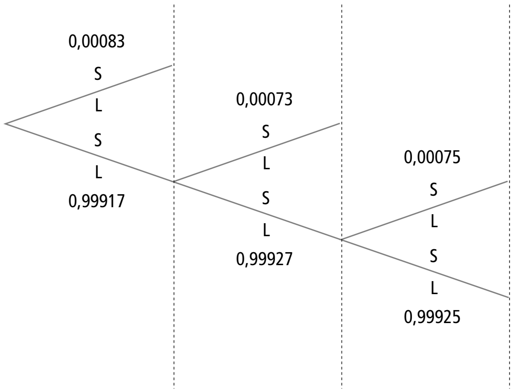
e Van de 100 000 zijn er na 28 jaar nog 97 633 over, dus zijn er 2367 gestorven. De kans om tenminste 28 jaar te worden is 0,97633. Er overlijden $97\,633 - 97\,552 = 81$ als ze 28 jaar zijn.
De kans om dan op je 28-ste te overlijden is $0,97633 \cdot \frac{81}{97633} = 0,00081$

f Hangt van jouw leeftijd af en daarna kun je het berekenen.

T-7a $\frac{97859-97778}{97859} \approx 0,000\ 828 \approx 0,00083$, het klopt dus

b Het gaat hier om het complement van de gebeurtenis bij a. De kans is dus 0,99917

c



De sterftekansen zijn niets anders dan de sterftequotiënten uit de tabel. De overlevingskansen krijg je door de sterftekansen van 1 af te trekken.

d Deze kans is $0,99917 \times 0,99927 \times 0,99925 \approx 0,99769$

e $\mathrm{P}(LL) = (0,99769)^2 \approx 0,99539$