Vaardigheden

bladzijde 174

1 De toename per jaar is $\frac{1030-1440}{2003-1995}=-102,5$

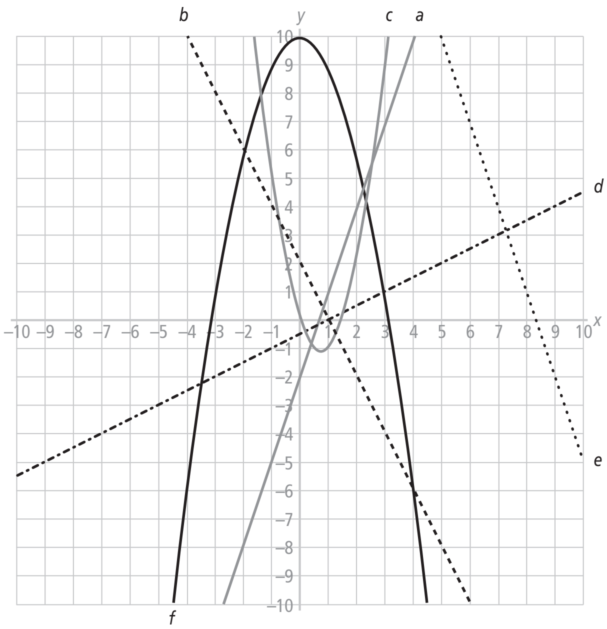
tijd in jaren	1990	2000	2001	2002	2003
aantal	1440	1337,5	1235	1132,5	1030

De toename per jaar is $\frac{609900-223200}{2000-1700}=1289$ dus de toename per 100 jaar is 128900

tijd in jaren	1700	1800	1900	1997	2000
aantal	223200	352100	481000	606033	609900

2a $1,2^2=1,44$
b $1,48^{12}\approx 110,44$
c 2,2% toename dus $g=1,022$ en $1,022^4\approx 1,091$
d $2^6=64$
e $0,5^{1/3}\approx 0,794$
f $0,75^{0,1}\approx 0,972$
g 30% afname dus $g=0,7$ en $0,7^{12}\approx 0,0138$

3



4a $-5a=-405$ dus $a=81$
b $-2c=-17$ dus $c=8,5$
c $-720=3e$ dus $e=-240$
d $10q=139$ dus $q=13,9$
e $0,4b=9,8$ dus $b=24,5$
f $14=\frac{1}{2}d$ dus $d=28$
g $2,5f=160$ dus $f=64$
h $1,5k=-0,6$ dus $k=-0,4$
i $4p=-36$ dus $p=-9$
j $0=2x$ dus $x=0$

5a $300\times 1,07=321$
b $560\times 0,08=44,8$
c $1750\times 0,95=1662,5$

d $11000 \times 0,42 = 4620$
e $3000 \times 1,1 \times 1,15 = 3795$
f $37,5 \times 0,8 \times 0,75 = 22,5$
g $200 \times 1,15 \times 1,15 = 264,5$
h $1000 \times 0,8 \times 1,2 = 960$

6a $\frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$
b $\frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
c $\frac{4}{3} + \frac{4}{9} = \frac{12}{9} + \frac{4}{9} = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}$
d $\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{5^2}{2^2} = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4}$
e $\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{12}{6} = 2$
f $\frac{10}{3} - \frac{3}{2} = \frac{20}{6} - \frac{9}{6} = \frac{11}{6} = 1\frac{5}{6}$
g $\frac{15}{18} + \frac{2}{18} = \frac{17}{18}$
h $\frac{9}{3} + \frac{5}{3} \times \frac{2}{1} = \frac{19}{3} = 6\frac{1}{3}$

bladzijde 175

7a $Y1 = 2520 \cdot 1,06 \wedge x$ en $Y2 = 2 \times 2520$
$x\min = 0$ $x\max = 50$ $y\min = 0$ $y\max = 50000$
TI: 2nd CALC 5:intersect ENTER ENTER < of > ENTER
CASIO: MENU GRAPH DRAW(F6) SHIFT G-Solve ISCT(F5)
geeft $t \approx 11,90$ jaar.
b $Y2 = 8 \times 2520$
TI: 2nd CALC 5:intersect ENTER ENTER < of > ENTER
CASIO: MENU GRAPH DRAW(F6) SHIFT G-Solve ISCT(F5)
geeft $t \approx 35,69$ jaar.
c De groeifactor per kwartaal is $1,06^{1/4} \approx 1,0147$
d $Y2 = 6280$
TI: 2nd CALC 5:intersect ENTER ENTER < of > ENTER
CASIO: MENU GRAPH DRAW(F6) SHIFT G-Solve ISCT(F5)
geeft $t \approx 15,67$ jaar.
$Y2 = 3000$ geeft $t \approx 2,99$ jaar en $Y2 = 5000$ geeft $t \approx 11,76$ jaar.
Dus t tussen 2,99 en 11,76 jaar.

8a $Y1 = 0,25x + 2$ en $Y2 = 1,25 \wedge x$
$x\min = -10$ $x\max = 10$ $y\min = -1$ $y\max = 5$
TI: 2nd CALC 5:intersect ENTER ENTER < of > ENTER
CASIO: MENU GRAPH DRAW(F6) SHIFT G-Solve ISCT(F5)
geeft (–7,20; 0,20) en (5,43; 3,36)
b $Y1 = 10 - 1,5x$ en $Y2 = 0,75 \wedge x$
$x\min = -15$ $x\max = 10$ $y\min = -5$ $y\max = 75$
TI: 2nd CALC 5:intersect ENTER ENTER < of > ENTER
CASIO: MENU GRAPH DRAW(F6) SHIFT G-Solve ISCT(F5)
geeft (–11,49; 27,23) en (6,57; 0,15)

c $Y1 = 8 - 0,2x^2$ en $Y2 = 8 * 0,5 \wedge x$
$x\min = -1 \quad x\max = 10 \quad y\min = -10 \quad y\max = 15$
TI: 2nd CALC 5:intersect ENTER ENTER < of > ENTER
CASIO: MENU GRAPH DRAW(F6) SHIFT G-Solve ISCT(F5)
geeft (0, 8) en (6,28; 0,10)

d $Y1 = 0,2x^2$ en $Y2 = 10 * 1,1 \wedge x$
$x\min = -1 \quad x\max = 10 \quad y\min = -10 \quad y\max = 15$
TI: 2nd CALC 5:intersect ENTER ENTER < of > ENTER
CASIO: MENU GRAPH DRAW(F6) SHIFT G-Solve ISCT(F5)
geeft (–5,43; 5,95) en (13,38; 35,78) en (31,04; 192,74)

9a $15 \times 3 \times 1,19 = €53,55$

b $65 \times 3 \times 1,19 \times 0,95 = €220,45$

c Er zijn duidelijk meer dan 50 exemplaren besteld. Noem n het aantal exemplaren.
$n \times 3 \times 1,19 \times 0,95 = 264,54$
$n \times 3,3915 = 264,54$
$n = 78$

10a Een toename met 1% per maand komt overeen met een groeifactor $1,01^{12} \approx 1,13$ per jaar.
Dus vertoont 1% toename per maand de sterkste groei.

b Een toename van 5% per week komt overeen met een groeifactor $1,05^4 \approx 1,22$ per maand.
Dus vertoont 23% toename per maand de sterkste groei.

c Een toename van 0,9% per uur komt overeen met een groeifactor $1,009^{24} \approx 1,2399$ per dag.
Dus vertoont de toename van 24% per dag de sterkste groei.

d Een toename met 0,08% per seconde komt overeen met een groeifactor $1,0008^{3600} \approx 17,79$ per uur. Dus vertoont de toename met een factor 18 per uur de sterkste groei.

11a $Y1 = 5 + 2 * 1,07 \wedge x$
TI: 2nd TBLSET TblStart=0 △Tbl=1 2nd TABLE
CASIO: MENU TABLE RANG (F5) START:1 END:10 pitch:1 TABL(F6)

t	0	5	10	15	20	25	30
d	7	7,8	8,9	10,5	12,7	15,9	20,2

b A ligt boven de grafiek want $5 + 2 \times 1,07^{25} \approx 15,85$
B ligt onder de grafiek want $5 + 2 \times 1,07^{40} \approx 34,95$
C ligt onder de grafiek want $5 + 2 \times 1,07^{8} \approx 8,44$
D ligt boven de grafiek want $5 + 2 \times 1,07^{16} \approx 10,90$
E ligt op de grafiek want $5 + 2 \times 1,07^{49} \approx 60,06$

12a $\frac{30}{50} = 0,6$ en $\frac{18}{30} = 0,6$ en $\frac{11}{18} \approx 0,61$ en $\frac{6,5}{11} \approx 0,59$ en $\frac{3,8}{6,5} \approx 0,58$

b $\frac{3,8}{50} = 0,076$

c $0,076^{1/5} \approx 0,60$

Door elkaar

bladzijde 176

1a $G = 80 \times 0,965^t$

b $Y1 = 80 \times 0,965 \wedge x$ en $Y2 = 80/2$
TI: 2nd CALC 5:intersect ENTER ENTER < of > ENTER
CASIO: MENU GRAPH DRAW(F6) SHIFT G-Solve ISCT(F5)
geeft $t \approx 19,46$ uur

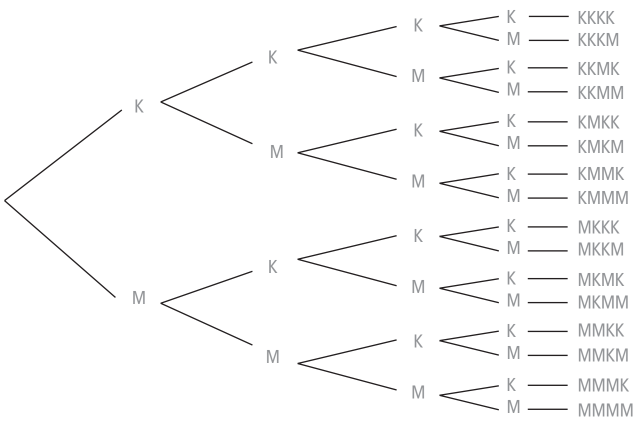
c De groeifactor is 0,5 per 8 uur dus de groeifactor is $0,5^{1/8} \approx 0,917$ per uur.
Dus 8,3% van het gif verdwijnt per uur.

d Langzame manier: $g = 0,965^{24} \approx 0,425$ dus $G = 80 * 0,425^t$
Snelle manier: $g = 0,917^{24} \approx 0,125$ dus $G = 80 * 0,125^t$

e Langzame manier: $t \approx 2,43$
Snelle manier: $t \approx 1$

2a Er zijn vier mogelijke volgorden: KK, KM, MK en MM.

b



c Bij elke worp zijn er twee verschillende mogelijkheden. Bij n worpen zijn er dus
$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times .... \times 2 = 2^n$ mogelijke volgorden.

d Hier is sprake van een exponentieel verband met groeifactor 2.

e $2^7 = 128$ en $2^8 = 256$
Je moet dus minstens 8 keer gooien om meer dan 200 verschillende volgorden te hebben.

3a De groeifactor is 0,85 dus is er jaarlijks een afname van 15%.

b $D = 30000 \times 0,85^t$

c $Y1 = 30000 \times 0,85 \wedge x$ en $Y2 = 30000/2$
TI: 2nd CALC 5:intersect ENTER ENTER < of > ENTER
CASIO: MENU GRAPH DRAW(F6) SHIFT G-Solve ISCT(F5)
geeft $t \approx 4,27$ jaar.

d $B = 30000 - t \times \frac{30000}{12} = 30000 - 2500t$

e Op $t \approx 9,39$ jaar snijden de grafieken elkaar. Dus na ongever 10 jaar is D groter dan B.

bladzijde 177

4a Op een vlakke weg doe je $2\frac{1}{2}$ uur over $12\frac{1}{2}$ kilometer. Dat wordt vermeerdert met 50 minuten. Dus duurt de tocht 3 uur en 20 minuten.

b a Kilometer wandelen op een vlakke weg duurt $a/5$ uur $=12a$ minuten.
Dat wordt vermeerdert met $20\times\frac{h\times1000}{100}=200h$ minuten. Totaal: $W = 12a + 200h$.

c Aflezen bij $h=0,4$ kilometer geeft $a=3,3$ km
Of met letterrekenen: $120=12a+200\times0,4$ dus $a=3\frac{1}{3}$ km ≈ 3333m

d $150 = 12 \times 8 + 200 \times h$ dus $h = 0,27$ km $= 270$ m

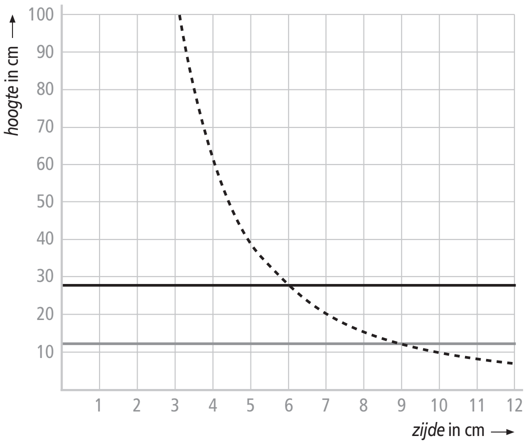
e De grafiek gaat door de punten (0; 0,75) en (12,5; 0) want
$150=12\times0+200h$ dus $h=0,75$
$150=12a+200\times0$ dus $a=12,5$

5a

zijde z in cm	2	4	6	8	10	12
hoogte h in cm	250	62,5	27,78	15,63	10	6,94

b inhoud = lengte × breedte × hoogte
$I=z\times z\times h=z^2\times h$
$1000=z^2\times h$
$h=\dfrac{1000}{z^2}$

c



d $h=\frac{1000}{6^2}\approx 27,78$
$h=\frac{1000}{9^2}\approx 12,35$
Dus ligt h tussen 12,35 en 27,78.

e Het deel van de grafiek dat wordt ingesloten door de twee horizontale lijnen (zie opdracht c).

ICT Lineaire en exponentiële formules

bladzijde 178

I-1a Lijn l

x	$-1\frac{1}{2}$	0
y	0	3

Door 2 punten ligt m vast, dus hoeft deze tabel ook niet groter te zijn. Je kiest natuurlijk wel geschikte punten. Startgetal 3 (hoogte van de lijn bij $x = 0$) en het hellingsgetal $\frac{3-0}{0-(-1\frac{1}{2})} = 2$, dus formule l: $y = 2x + 3$.

Lijn m

x	-4	0
y	-2	-4

Startgetal –4 en het hellingsgetal $\frac{-4-(-2)}{0-(-4)} = -\frac{1}{2}$, dus formule m: $y = -\frac{1}{2}x - 4$.

I-2a $D = \frac{1}{2}(V + M) - 3$ invullen geeft
$172 = \frac{1}{2}(V + 165) - 3 \Rightarrow V = 2 \times (172 + 3) - 165 = 185$ cm.

b De op één na onderste lijn. Voor het geval de moeder ook 175 cm is, hoort de dochter 172 cm te zijn. De gezochte lijn gaat dus door $(175, 172)$. De dochter heeft immers de gemiddelde lengte van haar ouders minus 3 cm.

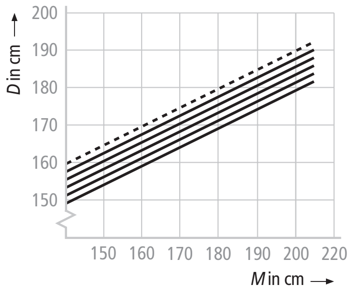
c $V = 175$ invullen in $D = \frac{1}{2}(V + M) - 3$ geeft $D = \frac{1}{2}(175 + M) - 3 = \frac{1}{2}M + 84\frac{1}{2}$.

d $D = M$ betekent $M = \frac{1}{2}(V + M) - 3 \Rightarrow 3 = \frac{1}{2}(V - M) \Rightarrow V - M = 6$ en vader is 6 cm langer dan moeder en dochter. En dat kan ook niet anders omdat de dochter 3 cm korter moet zijn dan het gemiddelde van de lengtes van haar ouders.

I-3a De familieparameter is gebruikt.

b De stapgrootte is 5 cm.

c



bladzijde 179

I-4a $N(t) = N(0) \cdot g^t$, waarbij $N(0)$ de waarde is voor $t = 0$ en g de groeifactor.

b Uit de grafiek af te lezen is $N(0) = 2$.

c Evenzo kun je aflezen uit de VU-grafiek dat $N(1) = 3$.

d Dat betekent dat $3 = N(1) = N(0) \cdot g^1 = 2g$ en dus groeifactor $g = \frac{3}{2}$. $N(0) = 2$ en $g = \frac{3}{2}$ invullen in $N(t) = N(0) \cdot g^t$ geeft $N(t) = 2 \cdot (\frac{3}{2})^t$.

e 1,7

f $N(t) = 2 \cdot 3^t$. Als $t = 1$ is N al verdriedubbeld. Neen dus, de verdubbelingstijd wordt juist kleiner.

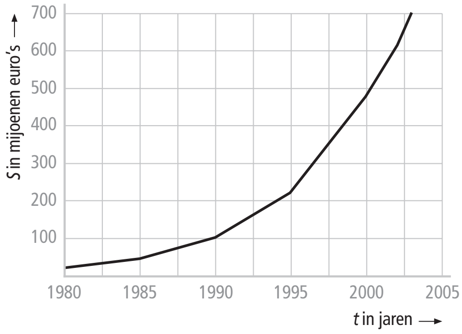
g Zoek die groeifactor in de buurt van 1,2

I-5a

jaar	1980	1985	1990	1995	2000
totale spaartegoed	24	50	106	225	480
factor	$\rightarrow \times 2,08$	$\rightarrow \times 2,08$	$\rightarrow \times 2,08$	$\rightarrow \times 2,08$	

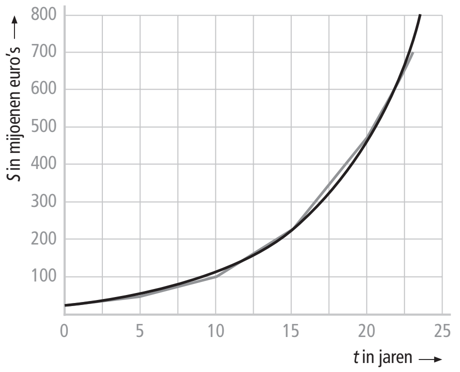
Er is een vrijwel constante factor van ca. 2,1 tussen spaartegoeden van een bepaald jaar en die van 5 jaar daarna. Dat betekent een exponentiële groei met groeifactor ca. 2,1

b



c Vanaf 2000 is er geen sprake van exponentiële groei en zeker niet met een groeifactor van ca. 2,1 zoals tot 2000 het geval is. De groei vanaf 2000 lijkt eerder lineair. In de grafiek liggen bijbehorende punten vrijwel op één lijn.

d



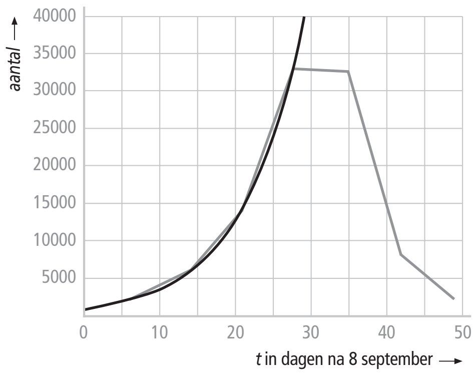
In de grafiek komt $t = 0$ overeen met 1980, $t = 5$ met 1985, enz.. De exponentiële curve en het polygoon behorend bij de gegevens komen aardig overeen, voor $t \geq 20$, dus vanaf het jaar 2000, blijft de groei achter.

bladzijde 180

I-6a In de eerste 4 weken is er sprake van explosieve groei. Na 5 weken, blijft het aantal sprinkhanen ineens vrijwel constant. Dus moet de bestrijding begonnen zijn in week 5.

b In het bestand wordt gewerkt met de aantallen sprinkhanen in plaats van aantallen duizenden. Daarom $A = 10000 \cdot g^t$ en niet $A = 10 \cdot g^t$.

c



Een groeifactor van 1,315 lijkt het zeer goed te doen. Zie hierboven.

d Het gedeelte van de tabel waarom het gaat:

Aantal dagen na 8 september 2002	35	42	49
Aantal sprinkhanen	330 000	81 000	20 200
groeifactor	$\rightarrow \times 0{,}249$	$\rightarrow \times 0{,}249$	

De groeifactor per 7 dagen is ongeveer 0,249.
De groeifactor per dag is dan $(0{,}249)^{\frac{1}{7}} \approx 0{,}82$.

e Met $b \approx 33 \times 10^7$ lukt het aardig om door de 3 laatste punten van het polygoon te gaan.

f Neem $c = 35$ dan gaat $A = 330000 \cdot 0{,}82^{t-35}$ door het punt in het polygoon dat hoort bij 35 dagen na 8 september. Immers, $A(35) = 330000 \cdot 0{,}82^{35-35} = 330000$. Vanwege de groeifactor 0,82 gaat de curve dan ook vrijwel door de laatste 2 punten van het polygoon. Je kunt ook achter de waarde van c komen door deze als schuifparameter te gebruiken.

bladzijde 180

I-7a In de tabel zie je dat de lijn moet gaan door de punten $(2, 11)$ en $(7, 61)$. Het hellingsgetal is $\frac{61-11}{7-2} = 10$. De vergelijking van de lijn heeft dan de vorm $N = a + 10t$. Het punt $(2, 11)$ ligt erop, dus $11 = a + 10 \cdot 2 \Rightarrow a = -9$ en de vergelijking van de trendlijn is $N = -9 + 10t$.

b

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	t	1	2	3	4	5	6	7	8
2	N	1	11	19	33	39	53	61	69
3									
4	trend	1	11	21	31	41	51	61	71
5	verschil	0	0	2	2	2	2	0	2

In cel B4 zet je de formule "$= -9 + 10 * \text{B1}$" en kopieer deze formule naar cellen C4 t/m I4. In cel B5 zet je de formule "ABS(B4 – B2)" en kopieer deze formule naar C5 t/m I5. De grootste afwijking is 2, en die treedt op bij $t = 3, 4, 5, 6$ en 8.