Vaardigheden

bladzijde 114

1a $\frac{12}{30}+\frac{5}{30}=\frac{17}{30}$
b $\frac{12}{5}-\frac{1}{8}=\frac{96}{40}-\frac{5}{40}=\frac{91}{40}=2\frac{11}{40}$
c $\frac{37}{9}-\frac{7}{2}=\frac{74}{18}-\frac{63}{18}=\frac{11}{18}$
d $\frac{15}{56}+\frac{15}{56}=\frac{30}{56}=\frac{15}{28}$
e $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$
f $\frac{10}{60}=\frac{1}{6}$
g $1\frac{1}{2}\times 2\frac{1}{3}=\frac{3}{2}\times\frac{7}{3}=\frac{7}{2}=3\frac{1}{2}$
h $\frac{2}{1}\times\frac{3}{10}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$
i $\frac{3}{4}\times\frac{1}{5}\times\frac{3}{1}=\frac{9}{20}$
j $\frac{4}{5}\times\frac{5}{4}=\frac{20}{20}=1$
k $\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{27}{125}$
l $\frac{3}{1}\times\frac{5}{6}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

2a $\frac{913}{630}\approx 1{,}449$
b $\frac{16}{9}\approx 1{,}778$
c $\frac{1}{40}=0{,}025$
d $\frac{13}{188}\approx 0{,}069$

bladzijde 115

3a P(minder dan drie) = P(een) + P(twee) = $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\approx 0{,}33$
b P(2xM) = $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}=0{,}25$
c P(3xfout) = $\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{27}{64}\approx 0{,}42$ Dus op 18 minuten over 12 passeren Ans en Bas elkaar.

4a P(drie rode) = $\frac{3}{94}\times\frac{2}{8}\times\frac{1}{7}=\frac{1}{84}\approx 0{,}012$.
b P(drie witte) = $\frac{4}{9}\times\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{1}{21}\approx 0{,}048$.
c P(drie blauwe) = 0 dus
P(drie van dezelfde kleur) = P(drie rode) + P(drie witte) + P(drie blauwe)=
$\frac{1}{84}\times\frac{1}{21}=\frac{5}{84}\approx 0{,}060$
d P(rood,rood,blauw) = $\frac{3}{9}\times\frac{2}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{1}{42}$.
P(rood,blauw,rood) = $\frac{3}{9}\times\frac{2}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{1}{42}$.
P(blauw,rood,rood) = $\frac{3}{9}\times\frac{2}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{1}{42}$.
dus P(twee rode en één blauwe) = $3\times\frac{1}{42}=\frac{3}{42}\approx 0{,}071$.
e P(geen rode) = $\frac{6}{9}\times\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}=\frac{5}{21}\approx 0{,}238$
f Er zijn zes mogelijkheden, elk met een kans $\frac{3}{9}\times\frac{4}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{1}{21}$
dus P(één knikker van elke kleur) = $6\times\frac{1}{21}=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}\approx 0{,}286$

5a Schrijf het aantal routes in het rooster. Dit geeft 26 mogelijke routes.
b 20 × 10 = 200 (gebruik eventueel de driehoek van Pascal!)
c 90

6a In de driehoek van Pascal tel je het aantal jongens horizontaal en het aantal meisjes verticaal. Je telt dus het aantal routes naar het punt (2, 4). Er zijn 15 mogelijke geboortevolgordes.

b Er zijn 70 verschillende routes naar het punt (4, 4).

c Naar (2, 2) zijn 6 routes. Naar (5-2, 3-2) = (3, 1) zijn er 3.
Dus zijn er in totaal $6 \times 3 = 18$ verschillende scoreverlopen.

d Er zijn 56 routes naar (3, 5) Daarna moeten we verplicht naar (3, 6).
Dus zijn er 56 verschillende getallen.

7a Maak met je rekenmachine een toevalsgetal met 10 willekeurige cijfers.
Als minstens drie van de tien cijfers een 0 of 1 is dan heb je recht op een extra prijs.
Gebruik 10*rand (TI) of 10*Ran# (CASIO).
Let op: .123 op de rekenmachine staat voor 0,123000000

b TI: MATH PRB rand
CASIO: OPT PROB Ran#
Van de tien simulaties blijken er twee een extra prijs te geven.
De kans op een extra prijs is dus 2/10 = 0,2
Opmerking: toeval kan een andere uitkomst geven!

Door elkaar

bladzijde 116

1a

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	**12**
3	3	6	9	**12**	15	18
4	4	8	**12**	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	**12**	18	24	30	36

b Van de 36 mogelijke uitkomsten zijn er 18 verschillend:
1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 24, 25, 30 en 36.

c 12 Komt vier keer voor in de tabel dus $p(12) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} \approx 0{,}11$

2a Omdat zo'n rooster drie dimensionaal zou zijn, en dat kun je niet tekenen.

b Er zijn drie keuze momenten met respectievelijk 4, 5 en 3 mogelijkheden.
Dus zijn er $4 \times 5 \times 3 = 60$ verschillende dagprogramma's.

3 De laatste batterij is vol! Dus van de eerste zeven batterijen zijn er drie vol en vier leeg.
Er zijn 35 verschillende routes naar het punt (4, 3). Er zijn dus 35 verschillende volgorden.

4a Er zijn $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ verschillende manieren.

b Er zijn 10 mogelijke routes in een rooster naar het punt (2, 3).
Dus 10 verschillende volgorden.

bladzijde 117

5a Nee! Beide muntenrijen hebben elk een kans van $\left(\frac{1}{2}\right)^5 \approx 0{,}031$

b Er zijn 10 verschillende routes naar (3, 2) dus er zijn 10 verschillende muntenrijen met 2 keer K en drie keer M.

c De tweede keer moet een M gegooid worden. De kans hierop is $\frac{1}{2} = 0{,}5$

d Als er een K gegooid is zal voordat MMM optreedt, eerst KMM optreden!
Dus wint Herma.

e $P(\text{Tom wint}) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$
$P(\text{Herma wint}) = 1 - P(\text{Tom wint}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8} = 7 \times P(\text{Tom wint})$

ICT Simulaties

bladzijde 118

1 De kans dat het aantal keren kop ligt tussen 110 en 140 is 95%. Dit betekent dat de kans dat het aantal keren kop buiten dit gebied ligt, gelijk is aan 100% – 95% = 5%. Een gelijke verdeling levert voor het gebied groter dan 140 een percentage op van $2\frac{1}{2}$

2b 2 à 3 keer van de 100 keer.
c ja
d De Belgische Euro lijkt zuiver.

bladzijde 119

3a Kans op kop-kop is $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$
Kans op kop en munt is de kans op kop-munt en munt-kop is $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$
b Kans op 'driemaal kop en éénmaal munt' is $4\cdot 0{,}0625=0{,}25$
Kans op 'tweemaal kop en tweemaal munt' is $6\cdot 0{,}0625=0{,}375$
d ja

4a,b

uitkomst	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
simulatie kans in procenten	2,83	5,51	8,26	11,40	14,16	16,62	13,46	10,73	8,26	5,89	2,88
theoretische kans in procenten	2,78	5,56	8,33	11,11	13,89	16,67	13,89	11,11	8,33	5,56	2,78
verschil	0,05	0,05	0,07	0,29	0,27	0,05	0,43	0,38	0,07	0,33	0,10

5a Je hebt nu drie assen nodig.
b

uitkomst	3	7	11
percentage	0,47	6,90	12,45

c Kans op 3 is de kans op (1,1,1) is $\frac{1}{216}$ dit is 0,46%
Kans op 7 is de kans op twee keer 1 en één keer 5; een 1, een 2 en een 4; twee keer 3 en één keer 1; twee keer 2 en één keer 3 is $\frac{3}{216}+\frac{6}{216}+\frac{3}{216}+\frac{3}{216}=\frac{15}{216}=0{,}0694$ is 6,94%
Kans op 11 is de kans op twee keer 5 en één keer 1; een 2, een 4 en een 5; een 3, een 2 en een 5; twee keer 3 en één keer 5; een 4, een 1 en een 6; twee keer 4 en één keer een 3 is $\frac{3}{216}+\frac{6}{216}+\frac{6}{216}+\frac{3}{216}+\frac{6}{216}+\frac{3}{216}=\frac{27}{216}=0{,}125$ is 12,5%
d Het verschil wordt steeds kleiner.

bladzijde 120

6b Een speler lijdt verlies met dit spel.
c De kans op 'geen twee' is $\left(\frac{5}{6}\right)^3=0{,}5787$
d De kans op uitbetaling 1euro: $3\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2\cdot\frac{1}{6}=0{,}3472$; 2 euro: $3\cdot\frac{5}{6}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2=0{,}0694$; 3 euro: $\left(\frac{1}{6}\right)^3=0{,}0046$
e De kans op verlies is $\left(\frac{5}{6}\right)^3=0{,}5787$ Van de 6000 keer kun je $6000\cdot 0{,}5787=3472$ keer verlies verwachten. De winst is $6000(-1\cdot 0{,}5787+1\cdot 0{,}0694+2\cdot 0{,}0046)=-3000{,}6$ euro
f ja

7a Voor elke rol zijn er 22 mogelijke posities.
Samen levert dat $22 \cdot 22 \cdot 22 = 10648$ mogelijke posities.

b Ananas komt op elke rol slechts één keer voor' terwijl melon op twee rollen drie keer voorkomt.

c Het meest voorkomen: cherry - - ; - cherry - ; - - cherry
Het minst: ananas ananas ananas; cherry cherry cherry; bar bell bell

d De kans op cherry - - is $\frac{603}{15593} = 0,0387$; op - cherry - $\frac{1379}{15593} = 0,0884$ en op - - cherry $\frac{634}{15593} = 0,0407$
De kans op ananas ananas ananas is $\frac{1}{15593} = 0,00006$; op cherry cherry cherry $\frac{3}{15593} = 0,0002$ en op bar bell bell $\frac{3}{15593} = 0,00019$

e cherry - - : $\frac{1}{22} = 0,0455$; - cherry -: $\frac{2}{22} = 0,0909$; - - cherry: $\frac{1}{22} = 0,0455$
ananas ananas ananas: $\frac{1}{10648} = 0,00009$; cherry cherry cherry: $\frac{2}{10648} = 0,0002$; bar bell bell: $\frac{3}{10648} = 0,00028$

f De afwijking ten opzichte van de theoretische kans is bij:
cherry - -: $4,55 - 3,87 = 0,68\%$
- cherry -: $9,09 - 8,84 = 0,25\%$
- - cherry: $4,55 - 4,07 = 0,48\%$
Ananas ananas ananas: $0,009 - 0,006 = 0,003\%$
Cherry cherry cherry: 0%
Bar bell bell: $0,028 - 0,019 = 0,009\%$

g Gemiddeld wordt er in 82,06% van het aantal keren dat je speelt een bedrag uitgekeerd.

h Het uitkeringspercentage wijkt bij aanvang nogal af van 82,06%.
Pas bij een zeer groot aantal keren kom je in de buurt.

bladzijde 121

8a Aantal beurten: 20 398 krijg ik:
Dorpstraat: 656; Gevangenis: 1 511; Vreeburg: 715; Lange Poten: 643 en Kalverstraat: 637

b Aantal plekken die je kunt bezetten: 40
Aantal 26110, dus gemiddeld kun je 653 keer op een plek komen.
Meer dan gemiddeld: Start, Dorpstraat, Gevangenis, Algemene fonds, Biltstraat, Vreeburg, Vrij Parkeren, A-kerkhof, Kans, Heerestraat, Spui , Plein, naar de Gevangenis.

c Gevangenis: 1548; Start: 778; Heerestraat: 790; Vreeburg: 711; Algemene Fonds: 733; Station West: 754; Neude: 692; Biltstraat:692; Vrij Parkeren: 691; A-kerkhof: 680

d Dit is de kans 5 of 6 of 7 of 8 of 9 te gooien. Deze kans is: $\frac{24}{36} = \frac{2}{3}$

e Hotels geven een grote opbrengst. De kans om op de straten van Utrecht te komen is hoger dan die van andere straten. Dit samen levert meer op dan hotels op straten van andere steden.

Verdieping - Erfelijkheid

bladzijde 124

1a Van de 1 500 personen zijn er 68 kleurenblind.
Dus P(kleurenblind) $= \frac{68}{1500} \approx 0,045$

b Van de 1500 personen zijn er 750 man.
Dus P(man) $= \frac{750}{1500} = 0,5$

c Van de 750 mannen zijn er 65 kleurenblind.
Dus P(kleurenblind onder de mannen) $= \frac{65}{750} \approx 0,087$

d Van de 68 kleurenblinden zijn er 65 man.
Dus P(man onder de kleurenblinden) $= \frac{65}{68} \approx 0,96$
Van de 750 vrouwen zijn er 3 kleurenblind.
Dus P(kleurenblind onder de vrouwen) $= \frac{3}{750} \approx 0,004$

bladzijde 125

2a

		RR	
		RW	RW
WW	W	RW	RW
	W	RW	RW

RW komt als enige combinatie van allelen voor in de F1 generatie.
Alle nakomelingen hebben dus genotype RW.

b Een rozebloemige heeft in de voortplantingscel of het W allel of het R allel.
Er zijn dus twee verschillende voortplantingscellen.

c

		RW	
		R	W
RW	R	RR	RW
	W	RW	WW

De genotypen die in de F2 generatie voorkomen zijn: RR, WW en RW.

d Genotype RW komt twee van de vier keer voor.
Ongeveer de helft van de F2 generatie is dus rozebloemig.

3a De homozygoot lange plant heeft alleen voortplantingscellen met het L allel.
De homozygoot korte plant heeft alleen voortplantingscellen met het k allel.
Alle nakomelingen hebben dus het genotype Lk en zijn dus lang.

b

		Lk	
		L	k
Lk	L	LL	Lk
	k	Lk	kk

In de F2 generatie zitten de genotypen: LL, Lk en kk.

c Een korte plant heeft genotype kk.
Een lange plant heeft genotype LL of Lk.

bladzijde 30

4a Een plant met oranje bloemen heeft genotype RG.
Hierin is R het rode allel en G het gele allel.

b Oranje bloemen kruisen met gele bloemen geeft oranje of gele bloemen:

		RG	
		R	G
GG	G	RG	GG
	G	RG	GG

Oranje bloemen kruisen met oranje bloemen geeft rode, oranje of gele bloemen:

		RG	
		R	G
RG	R	RR	RG
	G	RG	GG

5a Oogkleur: bruin is dominant; blauw is recessief
Oorlellen: oorlel is dominant; geen oorlel is recessief
Tongrollen: tongrollen is dominant; niet tongrollen is recessief

b Een man die kan tongrollen heeft of een homozygooot (tongrollen, tongrollen) of een heterozygoot (tongrollen, niet tongrollen) genotype.

6a Kies S voor het allel sluik haar en K voor het allel krullend haar.

		SK	
		S	K
SK	S	SS	SK
	K	SK	KK

Krullend haar heeft genotype KK; $p(KK) = \frac{1}{4} = 0{,}25$

b Golvend haar heeft genotype SK; $p(SK) = \frac{2}{4} = 0{,}5$

c Kies O voor het allel oorlel en o voor het allel geen oorlel.
De zoon is zonder oorlellen dus genotype oo.
De vader met oorlellen moet dus heterozygoot genotype Oo hebben.

7a

		man	
		S	S
vrouw	S	SS	SS
	K	SK	SK

Het kind zal dus of SS of SK als genotype hebben.

b Als de man en de vrouw homozygoot OO zijn dan zal het kind ook homozygoot OO zijn.
Als de man en de vrouw heterozygoot Oo zijn dan zal het kind genotype OO, Oo of oo hebben.

c Óf SSOO óf SSOo óf SSoo óf SKOO óf SKOo óf SKoo.

d $P(\text{golvend haar}) = \frac{1}{2} = 0{,}5$
$P(\text{geen oorlellen}) = \frac{1}{4} = 0{,}25$
$P(\text{golvend haar en geen oorlellen}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8} = 0{,}125$

bladzijde 127

8 Indeling op fenotype: $3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$ verschillende mogelijkheden
Indeling op genotype: $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ verschillende mogelijkheden.

9a Vader heeft bruine ogen dus genotype BB of Bb (B=bruin; b=blauw; G=groen).
Zijn zoon kan groene ogen (genotype GG) krijgen mits moeder genotype GG of Gb heeft.

b Ouders met groene ogen zijn homozygoot GG of heterozygoot Gb.
Kruisen levert $\frac{1}{4}$ kans op blauw ogen mits beide ouders heterozygoot Gb zijn.

10a Van de 52 speelkaarten zijn er 13 harten. Dus P(harten) $\frac{13}{52} = \frac{1}{4} = 0{,}25$

b Van de 52 speelkaarten zijn er 4 aas. Dus $P(\text{aas}) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13} \approx 0{,}077$

c Van de 4 azen is er 1 harten. Dus $P(\text{harten aas uit de azen}) = \frac{1}{4} = 0{,}25$

d Van de 13 harten is er 1 aas. Dus $P(\text{aas uit de harten}) = \frac{1}{13} \approx 0{,}077$

e $P(H|A)$ betekent: de kans op gebeurtenis H (de kans op harten) als gebeurtenis A (een aas is getrokken) heeft plaatsgevonden.
$P(H|A) = \frac{1}{4} = 0{,}25$ want één van de vier azen is de hartenaas.

f $P(A|H) = \frac{1}{13}$ en $P(A) = \frac{1}{13}$ en $P(H|A) = \frac{1}{4}$ en $P(H) = \frac{1}{4}$
dus $P(A|H) = P(A)$ en $P(H|A) = P(H)$ en dus zijn de gebeurtenissen H en A onafhankelijk.

11a Het gen voor kleurenzien (niet kleurenblind) ligt op het X-chromosoom. Slechts heel weinig vrouwen zijn kleurenblind immers vrouwen zijn XX en hebben dus genotype (kleurenzien, kleurenzien).

b $P(\text{man}) = \frac{1}{2} = 0{,}5$
$P(\text{kleurenblind}) = \frac{68}{1500} \approx 0{,}0453$
$P(\text{man}|\text{kleurenblind}) = \frac{65}{68} \approx 0{,}956$
$P(\text{kleurenblind}|\text{man}) = \frac{65}{750} \approx 0{,}0867$
Hieruit volgt dat $P(\text{man}) \neq P(\text{man}|\text{kleurenblind})$ dus de gebeurtenissen man en kleurenblind zijn niet onafhakelijk (afhankelijk). Ook $P(\text{kleurenblind}) \neq P(\text{kleurenblind}|\text{man})$.

c Het recessieve allel kleurenblindheid zorgt bij de man vaker voor kleurenblindheid als bij de vrouw omdat de man XY en de vrouw XX chromozomen heeft en het gen voor kleurenzien op het X-chromosoon ligt.